

CHAPITRE 2

Entropie et deuxième principe

2.1 Entropie comme fonction d'état

Déterminer quelles fonctions suivantes peuvent représenter l'entropie d'un système de température positive. Dans ces expressions, E_0 et V_0 sont des constantes représentant une énergie et un volume respectivement.

1)

$$S(U, V, N) = NR \ln \left(1 + \frac{U}{NE_0} \right) + \frac{RU}{E_0} \ln \left(1 + \frac{NE_0}{U} \right)$$

2)

$$S(U, V, N) = \frac{RU}{E_0} \exp \left(- \frac{UV}{NE_0} \right)$$

3)

$$S(U, V, N) = \frac{NRU}{(V^3/V_0^3) E_0}$$

4)

$$S(U, V, N) = R \frac{U^{3/5} V^{2/5}}{E_0^{3/5} V_0^{2/5}}$$

2.1 Solution

Etant donné que l'entropie $S(U, V, N)$ est une fonction d'état extensive et que les variables d'état U , V et N sont aussi extensives, ces grandeurs physiques doivent satisfaire l'identité $S(\lambda U, \lambda V, \lambda N) = \lambda S(U, V, N)$ où λ est un entier positif. Les expressions 2) et 3) ne satisfont pas cette identité. De plus, comme la dérivée partielle de l'entropie par rapport à l'énergie interne dans l'expression 2) est négative, cette expression doit aussi être rejetée car elle donne lieu à une température négative. Ainsi, seules les expressions 1) et 4) peuvent représenter l'entropie d'un système de température positive.

2.2 Travail dépendant du processus

Trois processus sont effectués sur un gaz d'un état initial (p_1, V_1) à un état final (p_2, V_2) :

- 1) un processus isochore (volume constant) suivi d'un processus isobare (pression constante),
- 2) un processus isobare suivi d'un processus isochore,
- 3) un processus où pV est constant.

Pour ces trois processus, déterminer le travail effectué sur le gaz de l'état initial à l'état final. Ces processus sont supposés réversibles. Déterminer les expressions analytiques des travaux d'abord puis donner ensuite leurs valeurs numériques en joules.

Application numérique

$p_1 = p_0 = 1$ bar, $V_1 = 3V_0$, $p_2 = 3p_0$ et $V_2 = V_0 = 1$ l.

2.2 Solution

Aucun travail n'est effectué sur le gaz durant un processus isochore, seulement durant le processus isobare ou celui où pV reste constant.

- 1) Le travail effectué sur le gaz lors d'un processus isochore suivi d'un processus isobare s'écrit,

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_2 \int_{V_1}^{V_2} dV = -3p_0 \int_{3V_0}^{V_0} dV \\ &= -3p_0 (3V_0 - V_0) = 6p_0 V_0 = 600 \text{ J} \end{aligned}$$

- 2) Le travail effectué sur le gaz lors d'un processus isobare suivi d'un processus isochore s'écrit,

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = -p_0 \int_{3V_0}^{V_0} dV \\ &= -p_0 (3V_0 - V_0) = 2p_0 V_0 = 200 \text{ J} \end{aligned}$$

- 3) Le travail effectué sur le gaz lors d'un processus où pV reste constant, i.e. $pV = p_1 V_1 = \text{cste}$, s'écrit,

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -3p_0 V_0 \int_{3V_0}^{V_0} \frac{dV}{V} \\ &= -3p_0 V_0 \ln \left(\frac{V_0}{3V_0} \right) = 3p_0 V_0 \ln 3 = 330 \text{ J} \end{aligned}$$

2.3 Pompe à vélo

De l'air est comprimé dans la chambre à air d'un pneu de vélo à l'aide d'une pompe à vélo. La poignée de la pompe est descendue d'une position initiale x_2 à une position finale x_1 où $x_1 < x_2$ et la norme de la force est supposée être donnée par,

$$F(x) = F_{\max} \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$$

Le processus est supposé être réversible et le cylindre de la pompe a une section de surface A . Déterminer, compte tenu de la pression atmosphérique p_0

- 1) le travail W_p effectué par la main sur la poignée de la pompe,
- 2) la pression $p(x)$,
- 3) le travail W_{12} effectué sur le système d'après la relation (2.42).

Application numérique

$F_{\max} = 10 \text{ N}$, $x_1 = 20 \text{ cm}$, $x_2 = 40 \text{ cm}$, $A = 20 \text{ cm}^2$ et $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

2.3 Solution

- 1) Le travail effectué par la main sur la poignée de la pompe est,

$$\begin{aligned} W_p &= - \int_{x_2}^{x_1} F(x) dx \\ &= - \frac{F_{\max}}{x_2 - x_1} \int_{x_2}^{x_1} (x_2 - x) dx \\ &= - \left(\frac{F_{\max}}{x_2 - x_1} \right) \left(x_2(x_1 - x_2) - \frac{1}{2}(x_1^2 - x_2^2) \right) \\ &= \frac{1}{2} F_{\max} (x_2 - x_1) = 1 \text{ J} \end{aligned}$$

- 2) La pression résultante $p(x)$, exercée sur l'air à l'intérieur de la chambre à air lorsque la poignée de la pompe est en position x , est la somme de la pression atmosphérique p_0 et de la force $F(x)$ exercée par le piston sur l'air divisé par la surface A ,

$$\begin{aligned} p(x) &= p_0 + \frac{F(x)}{A} = p_0 + \frac{F_{\max}}{A} \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \\ &= (10^5 + 5 \cdot 10^3 (2 - 5x)) \text{ N m}^{-2} \end{aligned}$$

- 3) Le travail effectué sur le système par l'environnement et la personne appuyant sur la poignée de la pompe est,

$$W_{12} = - \int_{x_2}^{x_1} p(x) A dx = p_0 A (x_2 - x_1) + W_p = 41 \text{ J}$$

2.4 Se frotter les mains

Se frotter les mains est un processus dissipatif qu'on désire modéliser et quantifier. On considère les mains comme des solides indéformables et on suppose qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre les mains et l'environnement.

- 1) Déterminer la puissance extérieure P^{ext} dissipée par le frottement durant ce processus en termes de la force de frottement \mathbf{F}^{fr} et de la vitesse \mathbf{v} , supposée constante, d'une main par rapport à l'autre.
- 2) A température ambiante T , déterminer le taux de production d'entropie Π_S de ce processus.

Application numérique

$\|\mathbf{F}^{\text{fr}}\| = 1 \text{ N}$, $\|\mathbf{v}\| = 0.1 \text{ m/s}$ et $T = 25^\circ\text{C}$

2.4 Solution

- 1) Par rapport au référentiel du centre de masse des mains, chaque main se déplace avec une vitesse de norme constante $\|\mathbf{v}/2\|$. Il y a deux types forces agissant sur le système formé des deux mains : des forces extérieures d'entraînement de norme $\|\mathbf{F}^{\text{ext}}\|$ et des forces intérieures de frottement de norme $\|\mathbf{F}^{\text{fr}}\|$ exercées sur chaque main. La puissance extérieure P^{ext} exercée sur le système des deux mains, qui est due uniquement aux forces extérieures d'entraînement exercées sur chaque main, s'écrit,

$$P^{\text{ext}} = (\mathbf{F}^{\text{ext}}) \cdot \left(\frac{\mathbf{v}}{2}\right) + (-\mathbf{F}^{\text{ext}}) \cdot \left(-\frac{\mathbf{v}}{2}\right) = \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{v}$$

D'après la deuxième loi de Newton (1.13) appliquée à chaque main qui se déplace à vitesse constante, et donc à quantité de mouvement constante par rapport au référentiel du centre de masse des mains, les forces extérieures sont égales et opposées aux forces de frottement,

$$\mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{F}^{\text{fr}} = \mathbf{0}$$

Compte tenu de cette relation, la puissance extérieure P^{ext} s'écrit en terme des forces de frottement comme,

$$P^{\text{ext}} = -\mathbf{F}^{\text{fr}} \cdot \mathbf{v} = 0.1 \text{ W}$$

car $\mathbf{F}^{\text{fr}} \cdot \mathbf{v} < 0$ étant donné que la force de frottement s'oppose au mouvement.

- 2) Comme on considère les mains comme des solides indéformables, il ne peut pas y avoir d'action mécanique de l'extérieur sur les mains, ce qui signifie que la puissance mécanique de déformation du système est nulle, i.e. $P_W = 0$. De plus, comme on suppose qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre les mains et l'environnement, la puissance thermique est nulle, i.e. $P_Q = 0$. Ainsi, le premier principe (1.11) se réduit à,

$$\dot{E} = P^{\text{ext}}$$

Comme le mouvement des mains se fait avec une vitesse de norme constante $\|\mathbf{v}/2\|$ par rapport au référentiel du centre de masse des mains, l'énergie cinétique du système est constante. Par conséquent, étant donné que l'énergie E est la somme de l'énergie cinétique constante et de l'énergie interne U , les dérivées temporelles de ces deux énergies sont égales,

$$\dot{E} = \dot{U}$$

Comme les mains sont considérées comme des solides indéformables, le volume du système est constant, i.e. $\dot{V} = 0$. Par conséquent, l'équation d'évolution (2.12) de l'énergie interne se réduit à,

$$\dot{U} = T \dot{S}$$

De plus, la puissance thermique est nulle, i.e. $P_Q = 0$. Ainsi, l'équation d'évolution de l'entropie (2.18) se réduit à,

$$\dot{S} = \Pi_S$$

Finalement, le taux de production d'entropie s'écrit en termes de la force de frottement comme,

$$\Pi_S = \dot{S} = \frac{\dot{U}}{T} = \frac{\dot{E}}{T} = \frac{P^{\text{ext}}}{T} = -\frac{\mathbf{F}^{\text{fr}} \cdot \mathbf{v}}{T} = 3.36 \cdot 10^{-4} \text{ W/K}$$

Le système constitué des deux mains n'est pas un système simple. En effet, la vitesse n'est pas uniforme, car les deux mains ont un mouvement relatif l'une par rapport à l'autre. Par conséquent, on doit attribuer une fonction d'état vitesse et une variable entropie spécifique à chaque main. En particulier, la relation (1.27) n'est pas applicable parce que le centre de masse des deux mains est immobile bien que la puissance extérieure P^{ext} soit clairement non-nulle.

2.5 Echauffement par brassage

Dans une expérience analogue à celle de Joule, on utilise un moteur électrique au lieu d'un poids de masse pour brasser le liquide. On considère que la puissance thermique P_Q due au frottement visqueux est connue. De plus, on suppose que l'énergie interne U est une fonction de la température T telle que $U = M c_M T$, où le coefficient c_M , qui représente la chaleur spécifique par unité de masse et de température, est connu et indépendant de la température.

- 1) Déduire l'accroissement de température ΔT dû au brassage qui a lieu durant un intervalle de temps Δt .
- 2) Déterminer l'expression de la variation d'entropie ΔS durant ce processus dont la température initiale est T_0 .

Application numérique

$M = 200 \text{ g}$, $P_Q = 19 \text{ W}$, $c_M = 3 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$, $\Delta t = 120 \text{ s}$ et $T_0 = 300 \text{ K}$.

2.5 Solution

- 1) D'après le premier principe, l'augmentation d'énergie interne ΔU durant un intervalle de temps Δt s'écrit,

$$\Delta U = P_Q \Delta t$$

L'augmentation d'énergie interne ΔU pour une augmentation de la température ΔT du liquide s'écrit aussi,

$$\Delta U = M c_M \Delta T$$

Ainsi, en comparant ces deux équations, on obtient l'expression suivante pour l'augmentation de température,

$$\Delta T = \frac{P_Q \Delta t}{M c_M} = 3.8 \text{ K.}$$

- 2) Le premier principe (2.22) s'écrit,

$$\dot{U} = T \dot{S} = P_Q \quad \text{ainsi} \quad \dot{S} = \frac{P_Q}{T}$$

D'après 1) la température à la forme suivante,

$$T = T_0 + \frac{P_Q}{M c_M} t$$

ce qui implique que,

$$dS = \frac{P_Q}{T} dt = \frac{P_Q dt}{T_0 + \frac{P_Q}{M c_M} t} = M c_M \left(\frac{\frac{P_Q}{M c_M T_0} dt}{1 + \frac{P_Q}{M c_M T_0} t} \right)$$

En intégrant cette équation par rapport au temps, on obtient,

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_{S_0}^{S(t)} dS = \int_0^t M c_M \left(\frac{\frac{P_Q}{M c_M T_0} dt'}{1 + \frac{P_Q}{M c_M T_0} t'} \right) \\ &= S_0 + M c_M \ln \left(1 + \frac{P_Q t}{M c_M T_0} \right) \end{aligned}$$

Ainsi, l'accroissement d'entropie durant le processus de brassage est,

$$\Delta S = S(\Delta t) - S_0 = M c_M \ln \left(1 + \frac{P_Q \Delta t}{M c_M T_0} \right)$$

2.6 Variation d'entropie dans l'eau

De l'eau est chauffée par un petit chauffage électrique et la température de l'eau est mesurée. Le chauffage fournit de la chaleur au système à l'aide d'une puissance thermique P_Q . Le récipient est un calorimètre dont on peut négliger l'absorption de chaleur. Avant d'enclencher le chauffage, la température de l'eau est T_0 et son entropie est S_0 . Une évolution linéaire de la température donnée par $T(t) = T_0 + At$ est observée. Déduire la variation d'entropie ΔS durant ce processus.

2.6 Solution

On traite l'eau comme le système est simple. Son évolution est réversible (2.23). Le premier principe (2.22) implique que,

$$\dot{S} = \frac{P_Q}{T(t)} = \frac{P_Q}{T_0 + At}$$

Ainsi, la différentielle de l'entropie est exprimée comme,

$$dS = \frac{P_Q}{A} \left(\frac{\frac{A}{T_0} dt}{1 + \frac{A}{T_0} t} \right)$$

En intégrant cette équation au cours du temps, on obtient,

$$S(t) = \int_{S_0}^{S(t)} dS = \int_0^t \frac{P_Q}{A} \left(\frac{\frac{A}{T_0} dt'}{1 + \frac{A}{T_0} t'} \right) = S_0 + \frac{P_Q}{A} \ln \left(1 + \frac{A}{T_0} t \right)$$

Ainsi, la variation d'entropie dans l'eau est donnée par,

$$\Delta S = S(\Delta t) - S_0 = \frac{P_Q}{A} \ln \left(1 + \frac{A}{T_0} \Delta t \right)$$

2.7 Horloge suisse

Une entreprise horlogère suisses mentionne dans son catalogue la puissance mécanique P_W dissipée par une de ses horloges (fig. 2.1). Le travail effectué sur l'horloge est dû à des fluctuations de température ΔT autour de la température ambiante moyenne T . Il permet à l'horloge de fonctionner durant un intervalle de temps Δt . On considère que la pression atmosphérique p^{ext} est égale à la pression du gaz p , i.e. $p^{\text{ext}} = p$. La pression p et le volume V du gaz sont liés par la loi des gaz parfaits $pV = NRT$ où R est la constante des gaz parfaits. En considérant que le gaz à l'intérieur la capsule est toujours à l'équilibre avec l'air à l'extérieur de la capsule (pression et température intérieures et extérieures égales). D'après les données de l'entreprise horlogère, estimer le volume V de la capsule de gaz utilisée pour faire fonctionner cette horloge.

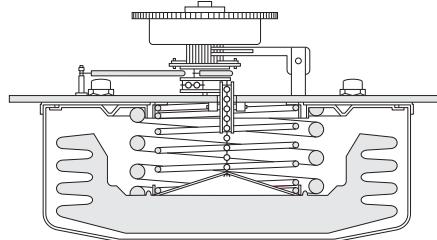


Fig. 2.1 Un horloge reçoit de l'énergie d'une capsule de gaz (zone grise). Le gaz se détend et se comprime sous l'effet des fluctuations de la température ambiante.

Application numérique

$P_W = 0.25 \cdot 10^{-6} \text{ W}$, $T = 25^\circ\text{C}$, $\Delta T = 1^\circ\text{C}$, $p^{\text{ext}} = 10^5 \text{ Pa}$ et $\Delta t = 1 \text{ jour}$.

2.7 Solution

D'après la relation (2.41), le travail infinitésimal effectué sur le gaz à pression atmosphérique p constante dans le volume V à l'intérieur de la capsule s'écrit,

$$\delta W = -p dV$$

La loi des gaz parfait implique que,

$$dV = \frac{NR}{p} dT$$

Par conséquent, le travail infinitésimal effectué sur le gaz par l'environnement devient,

$$\delta W = -NRdT$$

L'état initial i correspond à l'état d'équilibre « chaud » juste après une fluctuation et l'état d'équilibre f correspond à l'état d'équilibre « froid » juste avant la prochaine fluctuation. Le travail W_{if} effectué sur le gaz entre l'état initial i , caractérisé par les grandeurs thermodynamiques ($V_i = V + \Delta V$, $T_i = T + \Delta T$) et l'état final f , caractérisé par les grandeurs thermodynamiques ($V_f = V$, $T_f = T$), est obtenu en intégrant l'équation précédente,

$$W_{if} = - \int_{T_i}^{T_f} NRdT = NR\Delta T$$

De plus, la loi des gaz parfait évaluée à l'état final implique que,

$$W_{if} = \frac{pV}{T} \Delta T$$

Ainsi,

$$V = \frac{W_{if}T}{p\Delta T}$$

D'après la relation (1.40) pour un processus mécanique à puissance constante, le travail W_{if} est égal à la puissance mécanique P_W multipliée par l'intervalle

de temps Δt durant lequel cette puissance est appliquée, i.e. $W_{if} = P_W \Delta t$. Par conséquent, le volume V de la capsule est donné par l'expression,

$$V = \frac{P_W \Delta t T}{p \Delta T} = 128 \text{ cm}^3$$

2.8 Détentes réversible et irréversible d'un gaz

Une mole de gaz subit une détente au moyen de deux processus différents. Le gaz satisfait l'équation d'état $pV = NRT$ où R est une constante, N est le nombre de moles, p la pression, T la température et V le volume du gaz. Les températures initiales et finales sont T_0 . Les parois du récipient sont diathermiques. Toutefois, si un processus a lieu extrêmement rapidement, les parois peuvent être considérées comme adiabatiques. La pression initiale du gaz est p_1 , la pression finale est p_2 . Exprimer le travail effectué sur le gaz en termes de p_1 , p_2 et T_0 pour les processus suivants :

- 1) un processus isotherme réversible,
- 2) une variation de volume extrêmement rapide durant laquelle la pression exercée sur le gaz vaut p_2 , suivie par un processus isochore durant lequel la température atteint à nouveau la température d'équilibre T_0 .

2.8 Solution

Afin de déterminer le travail effectué sur le gaz durant un processus d'un état initial (V_1, p_1, T_0) à un état final (V_2, p_2, T_0) , on utilise l'équation d'état,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = NRT_0 \quad \text{ainsi} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

- 1) Le travail effectué sur le gaz durant une expansion réversible de l'état initial (V_1, p_1, T_0) à l'état final (V_2, p_2, T_0) est obtenu en calculant l'expression intégrale (2.42),

$$\begin{aligned} W_{12} &= - \int_{V_1}^{V_2} p dV = - NRT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - NRT_0 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \\ &= - NRT_0 \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = NRT_0 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \end{aligned}$$

- 2) Il n'y a pas de travail effectué sur le gaz durant un processus isochore étant donné que le volume est constant. Pour déterminer le travail effectué par l'environnement à pression $p^{\text{ext}} = p_2$ sur le gaz durant un processus isobare irréversible de l'état initial (V_1, p_1, T_0) à l'état final (V_2, p_2, T_0) , on doit intégrer l'expression générale (2.36) de la puissance mécanique P_W par rapport au temps,

$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{t_1}^{t_2} P_W dt = - \int_{V_1}^{V_2} p^{\text{ext}} dV = - \int_{V_1}^{V_2} p_2 dV = - p_2 \int_{V_1}^{V_2} dV \\ &= - p_2 V_2 + p_2 V_1 = \frac{p_2}{p_1} (p_1 V_1) - p_2 V_2 = NRT_0 \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \end{aligned}$$

2.9 Processus adiabatique réversible sur un gaz

Un gaz parfait à pression p et volume V est tel que son énergie interne est donnée par $U = c p V$, où c est une constante sans dimension. Déterminer la pression $p(V)$ pour une compression ou une expansion adiabatique réversible.

2.9 Solution

Comme le processus est adiabatique et réversible, il n'a pas de variation d'entropie. On peut donc utiliser le volume V comme unique variable d'état. Ainsi, l'énergie interne s'écrit $U(V) = c p(V) V$. La dérivée de l'énergie interne par rapport au volume est donnée par,

$$\frac{dU}{dV} = c \frac{dp}{dV} V + c p = -p$$

qui peut être remis en forme comme,

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

où $\gamma = (c + 1)/c$. L'intégration de cette expression de l'état initial (p_i, V_i) à l'état final (p_f, V_f) est écrite comme,

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} + \gamma \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = 0$$

ce qui donne,

$$\ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right) + \gamma \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = 0 \quad \text{ainsi} \quad \ln\left(\frac{p_f V_f^\gamma}{p_i V_i^\gamma}\right) = 0$$

Par conséquent, les variables initiales et finales sont liées par,

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

ce qui donne l'identité,

$$p V^\gamma = \text{cste}$$

2.10 Compression thermique d'un ressort

On considère un piston de masse négligeable coulissant sans frottement dans un cylindre d'aire A et attaché à un ressort dont la constante de rappel est k (fig. 2.2). Lorsque le cylindre est vide, le piston se trouve en position x_0 . On le remplit d'un gaz parfait qui satisfait la loi $pV = NRT$. L'énergie interne du gaz est donnée par $U = c NRT$ où $c > 0$ est une constante et $R > 0$ également. Après remplissage, il se trouve alors à l'équilibre en position initiale x_i . On chauffe le cylindre et on constate qu'il se trouve alors à l'équilibre en position finale x_f . On suppose que ce processus est réversible et que le système se trouve dans une enceinte à vide, c'est-à-dire que la pression dans l'enceinte est nulle. La masse du piston n'est pas prise en considération ici.

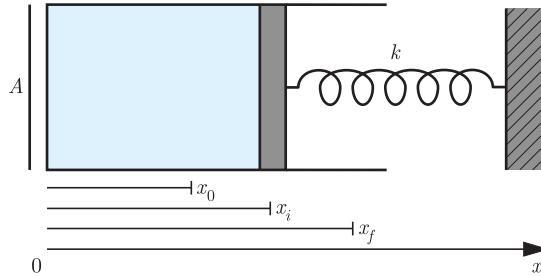


Fig. 2.2 Un piston enfermant un gaz passe de la position x_i à la position x_f , lorsque le gaz contenu dans le cylindre est chauffé. Le piston est retenu par un ressort de constante élastique k . La position au repos du ressort est en x_0 .

- 1) Déterminer le volume V_a , la pression p_a et la température T_a du gaz en position d'équilibre a en termes des paramètres k , A , x_0 et x_a .
- 2) Montrer que la dérivée de la pression p par rapport au volume V est de la forme,

$$\frac{dp}{dV} = \frac{k}{A^2}$$

- 3) Déterminer le travail $-W_{if}$ effectué par le gaz sur le ressort lorsque le piston se déplace de x_i à x_f en termes des paramètres k , x_i et x_f .
- 4) Déterminer la variation d'énergie interne ΔU_{if} du gaz lorsque le piston se déplace de x_i à x_f en termes des paramètres k , c , x_0 , x_i et x_f .

2.10 Solution

- 1) Dans l'état d'équilibre a où $a = \{i, f\}$ (i.e. état initial ou final), le volume du gaz parfait est donné par,

$$V_a = Ax_a$$

et la pression du gaz parfait est donnée par,

$$p_a = -\frac{F_a}{A} = \frac{k}{A} (x_a - x_0)$$

où F_a est la projection de la force de rappel agissant sur le ressort. Vu que le processus est réversible, la relation (2.37) implique que la pression du gaz parfait est égale à la pression exercée par le ressort. La température du gaz parfait est donnée par,

$$T_a = \frac{p_a V_a}{N R} = \frac{k}{N R} (x_a - x_0) x_a$$

- 2) Les expressions pour le volume et la pression du gaz parfait impliquent que,

$$dp = -\frac{1}{A} dF = \frac{k}{A} dx = \frac{k}{A^2} dV$$

Ainsi,

$$\frac{dp}{dV} = \frac{k}{A^2} = \text{cste}$$

3) Par conséquent, la pression p est exprimée en terme du volume V comme,

$$p = \frac{k}{A^2} (V - V_0)$$

Le travail $-W_{if}$ effectué par le gaz parfait sur le ressort est donné en termes de V_i et V_f par,

$$\begin{aligned} -W_{if} &= \int_{V_i}^{V_f} pdV = \frac{k}{A^2} \int_{V_i}^{V_f} (V - V_0) dV \\ &= \frac{k}{2A^2} (V_f^2 - V_i^2) - \frac{k}{A^2} V_0 (V_f - V_i) \end{aligned}$$

On peut réécrire ce résultat en termes de x comme,

$$-W_{if} = \frac{k}{2} (x_f^2 - x_i^2) - k x_0 (x_f - x_i) = \frac{k}{2} \left((x_f - x_0)^2 - (x_i - x_0)^2 \right)$$

Le travail effectué par le gaz parfait sur le ressort est égal à la variation d'énergie élastique du ressort lors de sa compression, ce qui signifie qu'il est entièrement utilisé pour comprimer le ressort. Ceci est une conséquence du fait que la dilatation du gaz parfait soit un processus réversible. La variation d'énergie interne ΔU_{if} est donnée par,

$$\Delta U_{if} = cNR(T_f - T_i) = ck \left((x_f - x_0) x_f - (x_i - x_0) x_i \right)$$